МАТЕМАТИКА

УДК 519.626.6

О связи задач управления с обратной связью с нагруженными дифференциальными уравнениями

Айда-заде К.Р., Абдуллаев В.М.

Представлено академиком АМАН В.А. Нахушевой

Посвящается профессору А.М. Нахушеву

Введение. В работе предложен подход к построению системы управления с обратной связью объектами с распределенными параметрами. В качестве объекта выбрана система теплоснабжения, в которую поступает жидкость, нагреваемая в теплообменнике, представляющего собой паровую рубашку [1]. В некоторых точках теплообменника установлены датчики температуры, в зависимости от значений показаний которых подается тепло в теплообменник. Процесс теплообмена в теплообменнике описывается гиперболическим уравнением (переноса) первого порядка [2]. В краевых условиях имеется запаздывающий по времени аргумент, обусловленный временем, требуемым для прохождения нагретой жидкости по системе теплоснабжения.

В работе показана связь задач синтеза управления объектами с распределенными параметрами с нагруженными дифференциальными уравнениями с частными производными [3–5].

Отметим, что в последние годы увеличился интерес к задачам оптимального управления объектами с распределенными параметрами, описываемыми различными типами дифференциальных уравнений с частными производными и видами начально-краевых условий [6–10]. Особую сложность, представляют задачи управления (регулирования) с обратной связью. Если для объектов с сосредоточенными параметрами эти задачи достаточно хорошо изучены [7,11,12], то задачи управления с обратной связью объектами, описываемыми уравнениями с частными производными, исследованы существенного меньше [8–10,13,14]. Во-первых, это связано со сложностью практической реализации телемеханических систем управления объектами, распределенными в пространстве и времени [15]. Это вызвано с практической невозможностью постоянного или даже дискретного во времени оперативного получения информации о состоянии всего объекта (во всех его точках). Во-вторых, имеются проблемы математического и вычислительного характера, т.к. решение начально-краевых задач относительно уравнений с частными производными требует в определенной степени длительного времени, что часто не позволяет строить системы управления объектами с распределенными параметрами в режиме реального масштабе времени.

Предлагаемый в работе подход к синтезу оптимального управления процессом теплоснабжения использует информацию о состоянии процесса в конечном числе точек замеров. Более того, в задаче оптимизируемыми являются сами места размещения точек замеров. Отметим, что подход основан на приведении дифференциального уравнения, описываемого процесс, к нагруженному уравнению, в котором точками нагружения являются точки замера состояния процесса [13,14]. Получены формулы градиента функционала по оптимизируемым параметрам управления с обратной связью, использованные при численном решении задачи с применением итерационных методов оптимизации первого порядка.

1. Постановка задачи. Процесс нагрева теплоносителя в паровой печи нагревательного аппарата (трубчатого теплообменника) отопительной системы можно описать уравнением переноса [1,2]:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}+a\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}=\alpha\left[\vartheta(t)-u(x,t)\right],\ (x,t)\in\Omega=(0,l)\times(0,T], \tag{1}$$

где $u=u(x,t)$ – температура теплоносителя в точке x нагревательного аппарата в момент времени t; l–длина трубки нагревательного аппарата, в котором обогревается теплоноситель; a– скорость движения теплоносителя в системе теплоснабжения, величина которой постоянна для всех точек системы теплоснабжения, т.е. движение предполагается установившимся (стационарным); α– заданное значение коэффициента теплообмена между печью и теплоносителем в нагревательном аппарате; T–время (достаточно большое) управления процессом; $\vartheta(t)$ – управляемая температура пара, подаваемого внутрь печи, посредством которой осуществляется нагрев теплоносителя, удовлетворяющая технологическому ограничению:

$$\underline{\vartheta}\le\vartheta(t)\le\bar{\vartheta}. \tag{2}$$

Пусть L– линейная длина системы теплоснабжения, причем L намного превышает l, т.е. $L>>l$. Тогда нагретому в печи теплоносителю необходимо время $T^d=L/a$ с тем, чтоб вернуться в начало печи, т.е.

$$u(0,t)=(1-\gamma)\,u(l,t-T^d),\quad t>0\,, \tag{3}$$

γ– постоянная величина, определяющая потери тепла в процессе движения в теплосети, в основном, существенно зависящая от температуры внешней среды. Исходя из практических соображений, имеет место очевидное условие:

$$0\le\gamma\le 1. \tag{4}$$

Через $\Gamma\in[0,1]$ обозначим множество возможных значений γ, определяющих величину потери тепла, удовлетворяющих (3), (4). Предполагается, что задана функция плотности $\rho_\Gamma(\gamma)$ на этом множестве, удовлетворяющая условиям:

$$\rho_\Gamma(\gamma)\ge 0,\qquad \gamma\in\Gamma,\qquad \int\limits_\Gamma\rho_\Gamma(y)dy=1.$$

Задано начальное условие:

$$u(x,t)=u_0=const,\qquad x\in[0,l],\quad -T^d<t<0. \tag{5}$$

Задача управления процессом нагрева теплоносителя заключается в поддержании температуры в печи, обеспечивающей заданную температуру V теплоносителя на выходе печи при всевозможных допустимых величинах потерь тепла теплоносителем при ее движении в системе теплоснабжения, определяемых значениями $\gamma\in\Gamma$, при условии, что начальное распределение температуры близко к V.

Пусть в произвольных M точках $\xi_i\in[0,l],\ i=1,2,...,M$ нагревательного аппарата установлены датчики, в которых проводятся замеры температуры непрерывно во времени:

$$u_i(t) = u(\xi_i, t), \quad t \in [0, T], \tag{6}$$

или в дискретные моменты времени

$$u_{ij} = u(\xi_i, t_j), \quad t_j \in [0, T],\ j = 1, 2, ..., m. \tag{7}$$

Для построения системы управления нагревом печи с непрерывной обратной связью рассмотрим следующий вариант назначения текущего значения температуры подаваемого пара в зависимости от результатов замеров состояния процесса в замерных точках:

$$\vartheta(t) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{M} \lambda_i \tilde{k}_i [u(\xi_i, t) - z_i]. \tag{8}$$

Здесь $\tilde{k}_i$– коэффициент усиления; z_i– эффективная температура в точке ξ_i, за величиной отклонения от которой должен вестись контроль в этой точке; $\lambda_i = const$– весовой коэффициент, определяющий важность замера в точке ξ_i, $i = 1, 2, ..., M$,

$$\lambda \in \Lambda = \left\{ \lambda \in E^M :\ 0 \le \lambda_i \le 1,\ \ i = 1, 2, ..., M,\ \sum_{i=1}^{M} \lambda_i = 1 \right\}.$$

Ясно, что величины z_i определяются значением желаемой величины температуры V на выходе теплообменника.

Введем комплексные параметры:

$$k_i = \frac{\lambda_i \tilde{k}_i}{L}, \quad i = 1,\ 2\ ,\ ...,M.$$

В этом случае формула для температуры в печи (8), устанавливаемой по результатам замеров, примет вид:

$$\vartheta(t) = \sum_{i=1}^{M} k_i [u(\xi_i, t) - z_i]\,. \tag{9}$$

Здесь $k = (k_1,\ k_2,\ ..., k_M)'$, $z = (z_1, z_2, ..., z_M)'$ и $\xi = (\xi_1,\ \xi_2, ..., \xi_M)'$ являются векторами параметров обратной связи, определяющими текущее значение управления (температуры в печи) в зависимости от замеренных значений температуры в точках замеров теплообменника, $'$–знак транспонирования. Обозначим через $y \in R^{3M}$ $3M$ – мерный вектор оптимизируемых параметров $y = (k,\ z,\ \xi)'$.

Подставляя (9) в (1), получим:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + a\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \alpha \left[\sum_{i=1}^{M} k_i [u(\xi_i, t) - z_i] - u(x,t) \right],\ (x,t) \in \Omega = (0, l) \times (0, T]\,. \tag{10}$$

Минимизируемый критерий качества управления зададим в следующем виде:

$$J(y;\gamma) = \int\limits_{\Gamma} I(y;\gamma)\rho_\Gamma(\gamma)\,d\gamma, \tag{11}$$

$$I(y;\gamma)=\int\limits_0^T [u(l,t;y,\gamma)-V]^2dt+\sigma\left\|y-y^0\right\|^2_{R^{3M}}, \qquad (12)$$

где $u(x,t;y,\gamma)$-решение начально-краевой задачи (1),(3),(5) при конкретно выбранных допустимых значениях параметров обратной связу y и параметре потерь тепла $\gamma\in\Gamma$; $y^0=(k^0,\ z^0,\ \xi^0)'\in R^{3M}$ и $\sigma\geq 0$–параметры регуляризации.

Таким образом задача управления с обратной связью нагревом теплоносителя в теплообменнике, размещенном в печи, приведена к задаче параметрического оптимального управления. Специфика задачи заключается в том, что она описывается точечно нагруженным дифференциальным уравнением (10) (из-за участия в уравнении значения неизвестной функции $u(x,t)$ в заданных точках $\xi_i, i=1,2,...,M$, пространственной переменной) с краевыми условием с запаздывающим аргументом (3) ([16,17]).

На оптимизируемые управляющие параметры обратной связи y, учитывая переобозначения (8), могут быть наложены ограничения, исходя из технических, технологических соображений:

$$0\leq\xi_i\leq l,\quad \underline{k}_i\leq k_i\leq\bar{k}_i,\quad \underline{z}_i\leq z_i\leq\bar{z}_i,\quad i=1,\,2,\,...,\,M. \qquad (13)$$

Здесь $\underline{k}_i$, $\bar{k}_i$, $\underline{z}_i$, $\bar{z}_i$, $i=1,\,2,\,...,\,M$ – заданные величины. Значения $\underline{k}_i$, $\bar{k}_i$, $i=1,\,2,\,...,\,M$ определяются из формулы (9) с учетом ограничения (2) и априорной информации о возможных и допустимых значениях температуры пара и теплоносителя. Значения $\underline{z}_i,\bar{z}_i$, $i=1,\,2,\,...,\,M$ определяются, в основном желаемым значением температуры теплоносителя V на выходе нагревательного аппарата.

2. Численное решение задачи (3)–(5), (10)–(13). Для численного решения полученной задачи параметрического оптимального управления нагруженной системой с распределенными параметрами предлагается применить методы первого порядка, например, метод проекции градиента [18]. Для построения минимизирующей последовательности y^ν, $\nu=0,1,...$, используется итерационный процесс:

$$y^{\nu+1}=P_{(13)}[y^\nu-\mu_\nu \mathrm{grad}\,J(y^\nu)]\ ,\ \nu=0,\,1\,,... \qquad (14)$$

Здесь $P_{(13)}(y)$ –оператор проектирования $3M$–мерной точки $y=(k,\ z,\ \xi)'$ на множество, определенное ограничениями (13); $\mu_\nu>0$–шаг в направлении спроектированного антиградиента. Начальное приближение y^0 может быть произвольным, в частности, удовлетворяющим условиям (13). Учитывая простоту структуры допустимого множества оптимизируемых параметров, определенного ограничениями (13), оператор проектирования имеет конструктивный характер и легко реализуем.

Для построения процедуры (14) используем формулы для компонент градиента функционала (11), (12) по оптимизируемым параметрам:

$$\mathrm{grad}\ J(y)=\left(\frac{\partial J\,(\xi,k,z)}{\partial\xi},\ \frac{\partial J\,(\xi,k,z)}{\partial k},\ \frac{\partial J\,(\xi,k,z)}{\partial z}\right)',$$

приводимые в следующей теореме.

Теорема 1. *Градиент функционала в задаче (10),(3)-(5), (11)–(12) для допустимых управляющих параметров $y=(\xi,k,z)'$ определяется следующими формулами:*

$$\operatorname{grad}_{\xi_i} J(y) = \int_{\Gamma} \left\{ -\alpha k_i \int_0^T \left(\int_0^l \psi(x,t;y,\gamma)dx \right) u_x(\xi_i,t;y,\gamma)dt + \right.$$

$$\left. +2\sigma(\xi_i - \xi_i^0) \right\} \rho_\Gamma(\gamma)d\gamma\,, \;\; i = 1,2,....,M, \tag{15}$$

$$\operatorname{grad}_{k_i} J(y) = \int_{\Gamma} \left\{ -\alpha \int_0^T (u(\xi_i,t;y,\gamma) - z_i) \left(\int_0^l \psi(x,t;y,\gamma)dx \right) dt + \right.$$

$$\left. +2\sigma(k_i - k_i^0) \right\} \rho_\Gamma(\gamma)d\gamma\,, \;\; i = 1,2,....,M, \tag{16}$$

$$\operatorname{grad}_{z_i} J(y) = \int_{\Gamma} \left\{ \alpha k_i \int_0^l \psi(x,t;y,\gamma)dx + 2\sigma(z_i - z_i^0) \right\} \rho_\Gamma(\gamma)d\gamma, \;\; i = 1,2,....,M, \tag{17}$$

$u(x,t;y,\gamma)$–решение задачи (10), (3)–(5), $\psi(x,t;y,\gamma)$–решение следующей сопряженной начально-краевой задачи:

$$\psi_t(x,t) + a\psi_x(x,t) = \alpha\psi(x,t), \;\; (x,t) \in \Omega, \tag{18}$$

$$\psi(x,T) = 0, \quad x \in [0,l], \tag{19}$$

$$\psi(l,t) = -\frac{2}{a}(u(l,t) - V), \;\; t \in (T - T^d, T], \tag{20}$$

$$\psi(l,t) = -\frac{\alpha}{a}(1-\gamma)\psi(0,t+T^d) - \frac{2}{a}(u(l,t) - V), \;\; t \in (0, T - T^d], \tag{21}$$

в точках ξ_i, $i = 1,2,...,M$ при $t \in [0,T]$ *удовлетворяющей условиям:*

$$\psi(\xi_i^-,t) = \psi(\xi_i^+,t) + \frac{\alpha}{a}k_i \int_0^l \psi(x,t)dx, \;\; i = 1,2,...M\,. \tag{22}$$

Дифференциальное уравнение (18) сопряженной задачи (18)–(22) можно представить в следующем эквивалентном виде:

$$\psi_t(x,t) + a\psi_x(x,t) = \alpha\psi(x,t) - \alpha \int_0^l \psi(\zeta,t)d\zeta \sum_{i=1}^{M} k_i\,\delta(x - \xi_i), \;\;\; (x,t) \in \Omega\,, \tag{23}$$

при сохранении начально-краевых условий (19)–(21), но уже без условий скачка (22).

Для доказательства используется известная технология получения формул для приращения функционала за счет приращения оптимизируемых аргументов функционала. При этом линейная часть приращения функционала по каждому из аргументов и будет искомой компонентой градиента функционала по соответствующему аргументу [18].

При решении исходной задачи оптимизации на каждой итерации процедуры (14) решаются прямая (8)–(13) и сопряженная (18)–(22) краевые задачи с указанными выше специфическими особенностями. Для численного решения нагруженных краевых задач можно использовать методы сеток или прямых, их применение к решению подобных задач исследовано, например, в работах [19-20]. Для учета запаздывания в краевых условиях можно использовать "метод шагов".

3. Результаты численных экспериментов. Приведем результаты решения следующей модельной задачи. Процесс описывается краевой задачей (1)–(5). Требуется спроектировать систему оптимального управления (регулирования) процессом нагрева теплоносителя с двумя точками обратной связи. Таким образом требуется определить $\xi = (\xi_1,\ \xi_2)$ – места размещения двух датчиков температуры и параметры обратной связи $k, z \in R^2$. Следовательно, общее число синтезируемых параметров равно 6.

Задача решалась при следующих значениях данных, участвующих в ее постановке: $l = 1$; $a = 3$; $\alpha = 0,1$; $T^d = 0,2$, $T = 5$, $V = 70$, $\Gamma = [0;\, 0.2]$, $\underline{\vartheta} = 40$, $\bar{\vartheta} = 75$, $\bar{k}_1 = \bar{k}_2 = 8$, $\underline{k}_1 = \underline{k}_2 = 1$, $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = 75$, $\underline{z}_1 = \underline{z}_2 = 57$. Функция плотности $\rho_\Gamma(\gamma)$ в расчетах была принята равномерно распределенной на $[0;\, 0.2]$, а интеграл по Γ аппроксимировался методом прямоугольников с шагом $0,05$.

Отметим, что значения $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$ были подобраны с использованием проведения пробных расчетов, при которых требовалось выполнение технологического условия (2) при заданных $\underline{\vartheta}$, $\bar{\vartheta}$.

Численные эксперименты проводились при разных начальных значениях параметров, использованных для итерационной процедуры оптимизации (14). В табл. 1 приведены эти значения и соответствующие значения функционала.

Таблица 1. *Начальные значения оптимизируемых параметров* k^0, z^0, ξ^0 *и соответствующие значения функционала.*

N	k_1^0	k_2^0	z_1^0	z_2^0	ξ_1^0	ξ_2^0	$J^0(y)$
1	4	6	61	63	0,1	0,8	363,210004
2	3	5	65	60	0,2	0,9	357,150011
3	1	8	62	63	0,4	0,8	257,310003
4	5	2	63	66	0,5	0,7	165,150016
5	6	4	66	62	0,2	0,7	205,190007

В табл.2 приведены значения параметров $k_i,\ z_i,\ \xi_i,\ i = 1,\, 2\,, ..., M$, полученные методом проекции градиента из начальных точек, приведенных в табл.1.

Таблица 2. *Полученные значения параметров и функционала*

N	$k_1^{(6)}$	$k_2^{(6)}$	$z_1^{(6)}$	$z_2^{(6)}$	$\xi_1^{(6)}$	$\xi_2^{(6)}$	$J^{(6)}(y)$
1	5,9956	3,9952	66,9945	68,9949	0,2994	0,5994	0,3422
2	5,9977	3,9983	66,9978	68,9954	0,3000	0,6000	0,3259
3	5,9962	3,9988	66,9951	68,9948	0,2971	0,5971	0,3538
4	5,9978	3,9971	66,9991	68,9975	0,3000	0,6000	0,3145
5	5,9991	3,9961	66,9964	68,9973	0,3000	0,6000	0,3062

Были проведены численные эксперименты, в которых точные значения наблюдаемых состояний процесса в точках замера $u(\xi_1, t)$, $u(\xi_2, t)$ зашумлялись случайными помехами по формуле

$$u(\xi_i, t) = u(\xi_i, t)\,(1 + \chi(2\theta_i - 1))\,, \;\; i = 1,\, 2\,,$$

где θ_i - случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[0,\, 1]$, –уровень помех.

В таблице 3 приведены полученные значения функционала и относительные отклонения между получаемой и желаемой температурами на выходе агрегата при уровне помех равных 0% (без помех), 1%, 3%, 5%, соответствующих значениям $\chi = 0$ (без помех), 0.01,0.03, 0.05.

Таблица 3. *начения функционала и относительные отклонения между получаемой и желаемой температурами на выходе агрегата при разных уровнях помех в измерениях*

	$\chi = 0.00$	$\chi = 0.01$	$\chi = 0.03$	$\chi = 0.05$
$\max\limits_{t\in[0,1]} \lvert u(l,t) - V\rvert \Big/ \lvert V\rvert$	0.021941	0.033052	0.038311	0.064574
$J^*(y)$	0.3023	0.3543	0.3762	0.3916

Как видно из таблицы 3, управление процессом нагрева теплоносителя в печи нагреваемого аппарата с обратной связью достаточно устойчиво к погрешностям замеров.

4. Заключение. Системы автоматического управления с обратной связью техническими объектами и технологическими процессами с распределенными параметрами получают широкое применение в связи с существенно возросшими возможностями средств измерительной и вычислительной техники. В работе исследуется проблема управления нагревательным аппаратом для нагрева теплоносителя, который обеспечивает подачу тепла в замкнутую систему теплоснабжения. Специфика исследуемой задачи, описываемой уравнением гиперболического типа первого порядка заключается в том, что в ее краевых условиях участвует запаздывающий во времени аргумент. Математическая модель управляемого процесса приводится к точечно нагруженному гиперболическому уравнению, а сама рассматриваемая задача приводится к задаче параметрического оптимального управления. С целью использования методов оптимизации первого порядка для численного решения задачи по оптимизации мест установления датчиков и параметров управляющих воздействий с обратной связью получены формулы для соответствующих компонент градиента целевого функционала задачи. Предложенные в статье постановка задачи и подход к получению расчетных формул для ее численного решения могут быть распространены на случаи управления с обратной связью многими другими процессами, описываемых другими типами уравнений с частными производными и начально-краевыми условиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ray W.H.* Advanced Process Control. McGraw-Hill Book Company. 1981.
2. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
3. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применение. Москва, Наука, 2012, 232 с.
4. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа. 1995. 305 с.
5. *Нахушев А.М.* К теории краевых задач для нагруженных интегральных уравнений // Доклады АМАН. 2014. Т. 16, № 3. С. 30–35.
6. *Бутковский А.Г.* Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1984.

7. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
8. *Shang H., Forbes J.F., Guay M.* Feedback Control of Hyperbolic PDE Systems // IFAC Proceedings Volumes. 2000. Vol. 33, № 10. Pp. 533–538.
9. *Coron J. M., Wang Zh.* Output Feedback Stabilization for a Scalar Conservation Law with a Nonlocal Velocity // SIAM J. Math. Anal., 2013. V. 45, № 5. Pp. 2646–2665.
10. *Afifi L., Lasri K., Joundi M., Amimi N.* Feedback controls for exact remediability in disturbed dynamical systems // IMA Journal of Mathematical Control and Information. 2018. V. 35. № 2. Pp. 411–425.
11. *Sergienko I.V., Deineka V.S.* Optimal control of distributed systems with conjugation conditions. New York: Kluwer Acad. Publ., 2005.
12. *Шумафов М.М.* Стабилизация линейных стационарных управляемых систем второго порядка с обратной связью с запаздыванием // Доклады АМАН. 2014. Т. 16, № 1. С. 47–55.
13. *Айда-заде К.Р., Абдуллаев В.М.* Об одном подходе к синтезу управления процессами с распределенными параметрами // Автомат. и телемех., 2012. № 9. С. 3-19.
14. *Айда-заде К.Р., Абдуллаев В.М.* Оптимизация размещения точек контроля при синтезе управления процессом нагрева // Автомат. и телемех., 2017. № 9. С. 49–66.
15. *Лионс Ж.-Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.
16. *Дженалиев М.Т.* Оптимальное управление линейными нагруженными параболическими уравнениями // Дифференц. уравнения. 1989. Т. 25. № 4. С. 641–651.
17. *Алиханов А.А, Березков А.М., Шхануков – Лафишев М.Х.*. Краевые задачи для некоторых классов нагруженных дифференциальных уравнений и разностные методы их численной реализации // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48, № 9. С.1619-1628.
18. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2008.
19. *Abdullayev V.M., Aida-zade K.R.* Optimization of Loading Places and Load Response Functions for Stationary Systems // Comput. Math. Math. Phys. 2017. V. 57, № 4. Pp. 634–644.
20. *Abdullayev V.M., Aida-zade K.R.* Finite-difference methods for solving loaded parabolic equation // Comput. Math. Math. Phys. 2016. V. 56, № 1. Pp. 93–105.

ABSTRACT

We consider a problem of controlling a heating appliance used for heating a heat-transfer agent, which delivers heat into a closed system. To control the process, we use feedback, under which information on the process state used to form the current control values is continuously received from individual points of the appliance with installed temperature sensors. The mathematical model of the controlled process is described by a pointwise loaded first-order hyperbolic equation. In the problem, both the parameters of a synthesized feedback control, and a location of the measurement points. In the paper, formulas for the functional gradient of the problem are obtained, which allow to use numerical first-order optimization methods to solve the problem. The results of computer experiments for numerical solution to the problem on test data are given.

Keywords: distributed parameters system, feedback, control synthesis, state control point, loaded differential equation.

[1]*Institute of Control Systems, National Academy of Sciences of Azerbaijan, Baku;*

[2]*Institute of Mathematics and Mechanics, Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku;*

[3]*Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku; kamil_aydazade@rambler.ru; vaqif_ab@rambler.ru*

АННОТАЦИЯ

В работе исследуется задача управления нагревательным аппаратом для нагрева теплоносителя, который обеспечивает подачу тепла в замкнутую систему. Для управления используется обратная связь, при которой информация о состоянии процесса, используемая для формирования текущих значений управления, непрерывно поступает из отдельных точек аппарата, в которых установлены датчики температуры. Математическая модель управляемого процесса описывается точечно нагруженным гиперболическим уравнением первого порядка. В задаче оптимизируются как параметры синтезируемого управления с обратной связью, так и места расположения точек проведения замеров состояния. В работе получены формулы для градиента функционала задачи, позволяющие для решения задачи использовать численные методы оптимизации первого порядка. Проведены результаты проведенных компьютерных экспериментов для численного решения задачи на тестовых данных.

Ключевые слова: система с распределенными параметрами, обратная связь, синтез управления, точка контроля состояния, нагруженное дифференциальное уравнение.

[1]*Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку;*
[2]*Институт математики и механики НАН Азербайджана, Баку;*
[3]*Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Баку;*
kamil_aydazade@rambler.ru; vaqif_ab@rambler.ru