
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.925

Об одном фундаментальном уравнении в социологии*Нахушева В.А. - академик АМАН*

Рассмотрим дифференциальное уравнение дробного порядка со спектральным параметром

$$D_{0t}^{\beta} N(\tau) = \lambda N(t), \quad 0 < t < t_0. \quad (1)$$

Уравнение (1) относится к классу дифференциальных уравнений математических моделей нелокальных процессов. Оно идентично уравнению фрактального осциллятора [1] и играет важную роль в теории рентгеновских стоячих волн [2].

Общее решение уравнения (1) при $0 < \beta \leq 1$ представимо в виде

$$N(t) = a_{\beta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\lambda t^{\beta})^{k-1}}{\Gamma(\beta k)} = a_{\beta} t^{\beta-1} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda t^{\beta})^j}{\Gamma(\beta + \beta j)},$$

где $a_{\beta} = \lim_{t \rightarrow 0} D_{0t}^{\beta-1} N(\tau)$ – произвольная постоянная. Если ввести функцию

$$Exp_{\beta}(\lambda; t) = t^{\beta-1} exp_{\beta}(\lambda t^{\beta}),$$

то любое решение $N(t)$ уравнения (1) определяется формулой

$$N(t) = a_{\beta} Exp_{\beta}(\lambda; t). \quad (2)$$

Функция $Exp_{\beta}(1; t) \equiv Exp_{\beta}(t) = t^{\beta-1} exp_{\beta}(t^{\beta})$, которая при $\beta = 1$ совпадает с $exp t$, является решением уравнения

$$D_{0t}^{\beta} N(\tau) = \lambda N(t).$$

Поэтому дифференциальное уравнение (1) порядка $\beta \in]0, 1[$ представляет собой обобщенный экспоненциальный закон развития системы «вход-выход» с входным объектом $t \in]0, t_0]$ и выходным объектом $N(t) \in C]0, t_0] \cap L[0, t_0]$. Его можно назвать фрактальным уравнением обобщенного экспоненциального роста (развития). Из формулы (2) при $\lambda = 0$, $\beta = 1 - \alpha$ получается степенной закон распределения вероятностей при статистическом описании социальных процессов

$$N(t) = a_{1-\alpha} t^{-\alpha},$$

где $N(t)$ – число социальных процессов, в которых число их участников больше некоторой величины t .

Фундаментальное значение в моделировании социальных процессов будут иметь уравнения смешанного гипербола-параболического типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушева В.А. Дифференциальные уравнения математических моделей нелокальных процессов. М.: Наука. 2006. 173 с.
2. Ковальчук М.В., Кон В.Г. Рентгеновские стоячие волны – новый метод исследования структуры кристаллов // Успехи физических наук. 1986. Т. 149, вып. 1. С. 69-103.

ABSTRACT

Proposed by the fundamental equation, which plays an important role in sociology.

Keywords. System «input-output» fractional equation generalized exponential law of development.

Southern scientific center of the Russian academy of sciences

© V.A. Nakhusheva, 2016

АННОТАЦИЯ

Предложено фундаментальное уравнение, играющее важную роль в социологии.

Ключевые слова. Система «вход-выход», уравнение дробного порядка, обобщенный экспоненциальный закон развития.

Южный научный центр Российской академии наук

© В.А. Нахушева, 2016